

13 апреля 2026 г.

ПРОГРАММА
вступительных испытаний
«ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТИ И
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»

Раздел 1. Элементы комбинаторики

- Тема 1. Основные правила комбинаторики: правило суммы и произведения.
Тема 2. Перестановки: число перестановок из n элементов (P_n).
Тема 3. Размещения: число размещений из n по k (A_n^k).
Тема 4. Сочетания: число сочетаний из n по k (C_n^k), бином Ньютона.

Раздел 2. Основные понятия теории вероятностей

- Тема 1. Случайный эксперимент, пространство элементарных исходов.
Тема 2. Классическое определение вероятности: $P(A) = \frac{m}{n}$, где m — число благоприятных исходов, n — общее число равновозможных исходов.
Тема 3. Операции над событиями: сумма (объединение), произведение (пересечение), противоположное событие.
Тема 4. Теоремы сложения вероятностей для несовместных и совместных событий.
Тема 5. Условная вероятность. Независимость событий.
Тема 6. Теорема умножения вероятностей для зависимых и независимых событий.

Раздел 3. Случайные величины

- Тема 1. Понятие случайной величины (СВ). Дискретные и непрерывные СВ.
Тема 2. Дискретная СВ: закон распределения, многоугольник распределения.
Тема 3. Числовые характеристики дискретной СВ: математическое ожидание $E(X)$, дисперсия $D(X)$, среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$. Их свойства.
Тема 4. Непрерывная СВ: функция распределения $F(x)$ и плотность распределения $f(x)$.
Тема 5. Основные законы распределения:
Биномиальное распределение, его параметры и числовые характеристики.
Распределение Пуассона.
Равномерное распределение.
Нормальное (гауссовское) распределение, его параметры и функция плотности.

Раздел 4. Элементы математической статистики

- Тема 1. Генеральная совокупность и выборка. Вариационный ряд.
Тема 2. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения.
Тема 3. Полигон и гистограмма частот.
Тема 4. Числовые характеристики выборки: выборочное среднее, выборочная дисперсия, исправленная выборочная дисперсия.
Тема 5. Оценка параметров генеральной совокупности по выборке. Точечные оценки.

Раздел 5. Проверка статистических гипотез (базовый уровень)

Тема 1. Статистические гипотезы: нулевая (H_0) и альтернативная (H_1).

Тема 2. Статистический критерий. Уровень значимости α .

Тема 3. Понятие о проверке гипотез на примере простых параметрических гипотез (например, о равенстве среднего значения выборки заданному числу).

Раздел 6. Элементы корреляционного и регрессионного анализа

Тема 1. Функциональная и статистическая зависимость.

Тема 2. Корреляция. Коэффициент корреляции Пирсона, его свойства и интерпретация.

Тема 3. Линейная регрессия. Уравнение линейной регрессии $y = ax + by = ax + by = ax + b$.

Примерный перечень контрольных вопросов и заданий

Раздел 1. Элементы комбинаторики

1. Сформулируйте правило суммы и правило произведения в комбинаторике.
2. Что такое перестановки? Чему равно число перестановок из n элементов (P_n)?
3. Дайте определение размещений. Как вычисляется число размещений из n по k (A_n^k)?
4. Дайте определение сочетаний. Как вычисляется число сочетаний из n по k (C_n^k)? Приведите примеры задач, где используется эта формула.
5. В чем разница между размещениями и сочетаниями?
6. Запишите формулу бинома Ньютона и объясните связь биномиальных коэффициентов с числом сочетаний.
7. Сколько различных пятизначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5 без повторений?
8. Из группы в 15 человек нужно выбрать старосту и его заместителя. Сколькими способами это можно сделать?

Раздел 2. Основные понятия теории вероятностей

9. Что такое случайное событие, пространство элементарных исходов?
10. Дайте классическое определение вероятности события. При каких условиях оно применимо?
11. Какие значения может принимать вероятность события?
12. Что такое противоположное событие? Как связаны их вероятности?
13. Сформулируйте теоремы сложения вероятностей для несовместных и совместных событий.
14. Дайте определение условной вероятности.
15. Какие события называются независимыми? Независимы ли несовместные события (при ненулевой вероятности)?
16. Сформулируйте теорему умножения вероятностей для зависимых и независимых событий.
17. Вероятность попадания в мишень первым стрелком — 0,8, вторым — 0,7. Найдите вероятность того, что оба попадут, если они стреляют независимо.
18. Формула полной вероятности. Для чего она применяется?
19. Формулы Байеса. Какой смысл имеет апостериорная вероятность?
20. Что такое схема Бернулли? Сформулируйте формулу Бернулли.
21. Сформулируйте локальную и интегральную теоремы Муавра-Лапласа. Когда они применяются?
22. Как найти наивероятнейшее число успехов в схеме Бернулли?

Раздел 3. Случайные величины

23. Дайте определение случайной величины (СВ). Чем дискретная СВ отличается от непрерывной?
24. Что называется законом распределения дискретной СВ? Как он задается таблично?
25. Что такое функция распределения СВ $F(x)$? Ее основные свойства.
26. Что такое плотность распределения вероятностей $f(x)$ для непрерывной СВ?
27. Дайте определение математического ожидания $E(X)$. Его свойства.
28. Дисперсия $D(X)$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$. Их физический и статистический смысл.
29. Запишите закон распределения биномиальной СВ. Чему равны ее числовые характеристики?
30. Опишите равномерное распределение на отрезке $[a, b]$. Постройте его график плотности и функции распределения.
31. Опишите нормальное (гауссовское) распределение. Параметры нормального закона.
32. Правило "трех сигм" для нормального распределения.

Раздел 4. Математическая статистика

33. Что такое генеральная совокупность и выборка?
34. Что представляет собой вариационный ряд данных?
35. Что такое полигон частот и гистограмма? Для чего они строятся?
36. Дайте определение выборочного среднего. Как оно вычисляется?
37. Что такое выборочная дисперсия и исправленная выборочная дисперсия?
38. Что такое статистическая гипотеза? Различие между нулевой (H_0) и альтернативной (H_1) гипотезами.
39. Что такое уровень значимости (α) и мощность критерия при проверке гипотез?
40. Что показывает коэффициент корреляции Пирсона? В каком диапазоне лежат его значения?

Примеры практических заданий

1. **Комбинаторика:** Сколькими способами можно рассадить 8 человек за круглым столом?
2. **Вероятность (схема Бернулли):** Монету подбрасывают 10 раз. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно 6 раз.
3. **Условная вероятность:** В урне 5 белых и 3 черных шара. Из нее последовательно вынимают два шара без возвращения. Какова вероятность того, что второй шар будет белым?
4. **Формула полной вероятности:** На заводе три станка производят детали. Первый производит 50% всех деталей, второй — 30%, третий — 20%. Брак составляет соответственно 1%, 2% и 3%. Найти вероятность того, что случайно выбранная деталь окажется бракованной.
5. **Дискретная СВ:** Задан закон распределения случайной величины X :

X	-1	0	2
P	0.2	0.5	?

Найдите недостающую вероятность, математическое ожидание $E(X)$ и дисперсию $D(X)$.

6. **Непрерывная СВ:** Непрерывная случайная величина X распределена равномерно на отрезке $[2; 8]$. Найдите её функцию распределения $F(x)$, математическое ожидание и вероятность $P(3 < X < 6)$.
7. **Нормальное распределение:** Рост мужчин в некотором городе подчиняется нормальному закону со средним 175 см и стандартным отклонением 7 см. Оцените долю мужчин, чей рост находится в пределах от 168 до 182 см.
8. **Математическая статистика:** Дан набор данных: $\{4, 7, 2, 7, 5, 9, 7\}$. Постройте вариационный ряд, найдите моду, медиану и выборочное среднее.
9. **Корреляция:** По данным о количестве часов, потраченных студентом на подготовку к экзамену (X), и полученной оценке (Y) был рассчитан коэффициент корреляции Пирсона $r = 0.85$. Охарактеризуйте силу и направление линейной связи между этими переменными.
10. **Интерпретация:** Студент решил задачу по теории вероятностей и получил ответ 1.5. Объясните, почему этот результат неверен, и укажите ошибку в рассуждениях студента.

Список рекомендованной литературы

1. Балдин, К. В. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев. — 6-е изд., стер. — Москва: Дашков и К°, 2023. — 472 с.
2. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учебное пособие для вузов / В. Е. Гмурман. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2021. — 406 с.
3. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — Москва: Издательство Юрайт, 2021. — 479 с.
4. Зубков, А. М. Сборник задач по теории вероятностей: учебное пособие для вузов / А. М. Зубков, Б. А. Севастьянов, В. П. Чистяков. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 320 с.
5. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2024. — 538 с.
6. Попов, А. М. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник и практикум для вузов / А. М. Попов, В. Н. Сотников; под редакцией А. М. Попова. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2022. — 434 с.